MATRICES Y DETERMINANTES

MATRICES

PARTE A: Ejercitación Obligatoria

1) Dada la matriz $A=\begin{pmatrix}2 & 6 & -1 & 3\\ 1 & 4 & 1 & 0\\ 0 & -5 & 2 & 6\end{pmatrix}$. Indica:

a) Su orden.

b) El valor de las entradas o elementos a_{13}; a_{32}; a_{22} y a_{42}.

c) Cuáles son las entradas o elementos de la matriz que valen 0.

2) Clasifica las siguientes matrices en: triangular superior, triangular inferior, diagonal, escalar, simétrica o antisimétrica:

$A=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 0\\ 0 & 2 & 0\\ 0 & 0 & 3\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 0\\ 3 & 2 & 0\\ -2 & 1 & 3\end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ -1 & 0 & 1\\ 2 & 1 & 3\end{pmatrix}$ $D=\begin{pmatrix}3 & 2 & -7\\ 0 & 4 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ $F=\begin{pmatrix}3 & 0 & 0\\ 0 & 3 & 0\\ 0 & 0 & 3\end{pmatrix}$ $E=\begin{pmatrix}0 & 2 & -1\\ -2 & 0 & 3\\ 1 & -3 & 0\end{pmatrix}$

3) Cierta empresa posee 4 fábricas, cada una de las cuales elabora 2 productos. La cantidad de unidades del **producto i** producido en la **fábrica j** se representa por $\mathbf{a_{ij}}$ en la matriz $A=\begin{pmatrix}100 & 90 & 70 & 30\\ 40 & 20 & 60 & 60\end{pmatrix}$. Con la multiplicación por un escalar determine los niveles de producción que habría si ésta se incrementase en un 10%.

4) Dadas las matrices $A=\begin{bmatrix}3 & 1\\ -2 & 0\\ 2 & -3\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}1 & 0 & -1 & 2\\ -2 & 0 & 3 & 1\end{bmatrix}$ y $C=\begin{bmatrix}1 & 3 & 4\\ 1 & 2 & 1\\ 0 & -1 & -1\\ -1 & 0 & 2\end{bmatrix}$, determina, si es posible, la matriz $(A\cdot B)^t-2C$.

5) Dadas las matrices $A=\begin{bmatrix}4 & 1\\ -1 & 0\\ 0 & 2\end{bmatrix}$ y $B=\begin{bmatrix}-1 & 2 & 3\\ 1 & -2 & 0\end{bmatrix}$, indica cuáles de las siguientes operaciones son posibles. En los casos afirmativos, indica el orden de la matriz resultado.

a) $A^t+2\cdot B=$ — **c)** $A\cdot B=$ — **e)** $(B\cdot A)^t=$

b) $3\cdot A+B=$ — **d)** $A^t\cdot B^t=$ — **f)** $A^t\cdot B=$

6) Un fabricante elabora los productos **P** y **Q** en dos plantas, **X** e **Y**. Durante la fabricación se emiten los siguientes contaminantes: bióxido de azufre, óxido nítrico y partículas suspendidas. Las cantidades de cada contaminante están dadas (en kilogramos) por la matriz

$$A=\begin{array}{c} \begin{array}{ccc}\text{Bióxido de azufre} & \text{Óxido nítrico} & \text{Partículas Suspendias}\end{array}\\ \begin{bmatrix}300 & 100 & 150\\ 200 & 250 & 400\end{bmatrix}\end{array}\begin{array}{l}\text{Producto P}\\ \text{Producto Q}\end{array}$$

. Los reglamentos estatales y federales exigen la eliminación de estos contaminantes. El costo diario por deshacerse de cada kilogramo de contaminante está dado (en dólares) por la matriz

$$B=\begin{array}{c}\begin{array}{cc}\text{Planta X} & \text{Paln ta Y}\end{array}\\ \begin{bmatrix}8 & 12\\ 7 & 9\\ 15 & 10\end{bmatrix}\end{array}\begin{array}{l}\text{Bióxido de azufre}\\ \text{Óxido nítrico}\\ \text{Partículas suspendidas}\end{array}$$

. ¿Qué interpretación puede dar el fabricante a las entradas del producto de matrices $A\cdot B$?

MATRICES Y DETERMINANTES

7) Encuentra, si es posible, una matriz **X** tal que verifique:

a) $\begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 4 & -6 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ **b)** $\begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -4 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ **c)** $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$

8) Aplicando la definición de matriz inversa, encuentra, si es posible, la inversa de cada una de las siguientes matrices. Cuando no sea posible, explica por qué.

$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 3 & -\frac{2}{3} \\ -1 & \frac{2}{9} \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ $E = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ $F = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 7 & 14 \\ 3 & 6 & 14 \end{bmatrix}$

9) Determina una matriz equivalente a la matriz $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$, siguiendo las instrucciones:

1°) $\begin{cases} F_1 \to \frac{1}{2} \cdot F_1 \\ F_2 \to F_1 + F_2 \\ F_3 \to -\frac{1}{2}F_1 + F_3 \end{cases}$, **2°)** $F_2 \leftrightarrow F_4$ y **3°)** $F_3 \to \frac{1}{2}F_2 + F_3$

10) Reduce las siguientes matrices a la forma escalonada e indica sus rangos:

$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & -1 \\ 4 & 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & -4 & -2 \\ -1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

11) Analiza si las siguientes matrices admiten matriz inversa. En caso afirmativo, encuéntrala aplicando Gauss – Jordan.

$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & -2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ $E = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ $F = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 5 & 4 & -1 \end{bmatrix}$

PARTE B: Ejercitación Propuesta para el Alumno

1) Los 137 alumnos de una escuela, entre varones y mujeres, se distribuyen en 4 modalidades A, B, C y D. La matriz $A = \begin{pmatrix} 24 & 17 & 20 & 11 \\ 19 & 19 & 15 & 12 \end{pmatrix}$ representa tal distribución.

a) Indica el valor del elemento a_{13} y explica su significado.

b) Hay dos elementos cuyo valor es 19. Indica a qué elementos corresponden y cuál es su significado.

2) Dadas las matrices $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, indica cuáles de las siguientes operaciones son posibles. En los casos afirmativos, calcula la matriz resultado de la operación, indicando el orden de tal matriz.

a) $3 \cdot A - 2 \cdot B =$ **b)** $A \cdot B =$ **c)** $A \cdot B^t =$ **d)** $A^t \cdot B =$ **e)** $(A \cdot B^t)^3 =$

MATRICES Y DETERMINANTES

3) Un fruticultor levanta dos cosechas, las cuales se embarcan en tres mercados. El número de unidades del **producto i** que se embarca al **mercado j** se representa por $\mathbf{a_{ij}}$ en la matriz $A = \begin{pmatrix} 100 & 75 & 75 \\ 125 & 150 & 100 \end{pmatrix}$. La ganancia en una unidad del producto i se representa por b_{1i} en la matriz $B = \begin{pmatrix} \$3{,}75 & \$7 \end{pmatrix}$. Encuentre el producto matricial B·A y explique qué representa cada elemento de este producto.

4) Un fabricante de muebles produce sillas y mesas que deben pasar por un proceso de armado y uno de acabado. Los tiempos necesarios para estos procesos están dados (en horas) por la matriz

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \text{Proceso de armado} & \text{Proceso de acabado} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \text{Silla} \\ \text{Mesa} \end{array}$$

El fabricante tiene una planta en Salt Lake City y otrta en Chicago. Las tarifas por hora de cada proceso están dadas (en dólares) por la matriz

$$B = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \text{Salt Lake City} & \text{Chicago} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 9 & 10 \\ 10 & 12 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \text{Proceso de armado} \\ \text{Proceso de acabado} \end{array}$$

¿Qué interpretación puede dar el fabricante a las entradas del producto AB?

5) Un proyecto de investigación nutricional tiene como base de estudio a adultos y niños de ambos sexos. La composición de los participantes está dada por la matriz

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \text{Adultos} & \text{Niños} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 80 & 120 \\ 100 & 200 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \text{Hombres} \\ \text{Mujeres} \end{array}$$

El número de gramos diario de proteínas, grasa y carbohidratos que consume cada niño y adulto está dado por la matriz

$$B = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \text{Proteínas} & \text{Grasa} & \text{Carbo–hidratos} \end{array} \\ \begin{bmatrix} 20 & 20 & 20 \\ 10 & 20 & 30 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \text{Adultos} \\ \text{Niños} \end{array}$$

a) ¿Cuántos gramos de proteínas ingieren diariamente todos los hombres (niños y adultos) del proyecto?
b) ¿Cuántos gramos de grasas consumen a diario todas las mujeres (niñas y adultas) del proyecto?

6) Con las matrices dadas a continuación, halla la matriz $N = \frac{1}{2} \cdot (A + B) - C^t$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ -1 & -2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

7) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ y $E = \begin{pmatrix} 2+i & 6 \\ 3 & i \end{pmatrix}$.

a) Calcula cuánto deben valer a y b, si se sabe que $\alpha A + \beta B = \begin{pmatrix} 18 & 32 \\ 2 & 12 \end{pmatrix}$.

b) Calcula los valores de a y b, sabiendo que $\alpha A + \beta E = \begin{pmatrix} -2 & -6+2i \\ -3-3i & 5i \end{pmatrix}$.

MATRICES Y DETERMINANTES

8) Dadas las matrices $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \end{bmatrix}$, indica cuáles de las siguientes operaciones son posibles. Efectúa dicha operación en los casos posibles.

a) $A + B$ **b)** $A - B^t$ **c)** $B + 2A^t$

d) A^2 **e)** $A \cdot B$ **f)** $B \cdot A$

9) Encuentra, si es posible, una matriz **X** tal que verifique:

a) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot X = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ **b)** $X \cdot \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -1 & 0 & 4 \\ 0 & 3 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 3 \end{bmatrix}$

10) Verificar la <u>no conmutatividad</u> del producto de matrices con las matrices

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{bmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & 2 \end{bmatrix}$$

11) Aplicando la definición de matriz inversa, encuentra, <u>si es posible</u>, la inversa de cada una de las siguientes matrices. Cuando no sea posible, explica por qué.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -\frac{3}{2} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -3 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 7 \end{bmatrix} \quad E = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -3 & -5 & 0 \\ 3 & 3 & 8 \end{bmatrix}$$

12) Reduce las siguientes matrices a la forma escalonada e indica sus rangos:

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 1 & 5 \\ 2 & -2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -2 & 4 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 4 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 5 \end{bmatrix}$$

13) Analiza si las siguientes matrices admiten inversa. En caso afirmativo, encuéntrala. Si no es posible, explica por qué.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 5 & -4 & -1 \end{bmatrix}$$

14) Dadas las matrices $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ y $C = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 5 & -3 \end{bmatrix}$, investiga si $N = \frac{1}{2}\left[(A \cdot B) - C\right]$ es inversible. En caso afirmativo, encuentra N^{-1}.

MATRICES Y DETERMINANTES

DETERMINANTES

PARTE A: Ejercitación Obligatoria

1) Calcula el determinante de las siguientes matrices cuadradas de orden 3:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & -4 \\ -1 & 4 & 0 \end{bmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 2 & a & 2 \\ 0 & 2 & 2a \end{pmatrix}$$

2) Calcula el valor de **a** en la matriz C del ejercicio anterior, si se sabe que det (C) = 0.

3) Calcula el valor de **x** en cada una de las siguientes ecuaciones:

a) $\begin{vmatrix} x & -2 \\ -1 & x+1 \end{vmatrix} = 0$ **b)** $\begin{vmatrix} x & -1 & x \\ 2x & 3 & 1 \\ 0 & -x & 2 \end{vmatrix} = 5$

4) Sean las matrices: $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 3 & 6 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & -1 & 1 \\ 3 & 6 & 4 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & -2 & 2 \\ 3 & 6 & 4 \end{bmatrix}$ y $D = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & -2 & 2 \\ 6 & 12 & 8 \end{bmatrix}$,

a) Analiza la relación existente entre A y las matrices B, C y D.

b) Calcula el determinante de cada una de ellas y elabora conclusiones.

b) Generaliza, completando la siguiente propiedad:

"Si A es una matriz de orden **n**, entonces se verifica que $\det(k \cdot A) = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$"

5) Sea la matriz de M_{3x3} : $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

a) Halla, a partir de la matriz A, las matrices indicadas a continuación:

B : permutando la primera fila por la segunda.

C : haciendo en A la operación elemental $F_3 \rightarrow -2F_1 + F_3$.

D : reduciendo la matriz A a la forma escalonada, realizando operaciones elementales del tipo "sumar a una fila un múltiplo de otra"

b) Calcula det(A), det(B), det(C) y det(D). Elabora conclusiones.

6) Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

a) Calcula el $\det(A)$ según la primera columna y según la tercer fila (Regla de Laplace).

b) Analiza si es posible hallar A^{-1}, inversa de A. En caso afirmativo, encuéntrala.

c) Calcula el $\det(A^{-1})$, aplicando el método de reducción por filas y la Regla de Chío.

d) Analiza la relación existente entre $\det(A)$ y $\det(A^{-1})$.

7) Dadas las matrices $A = \begin{bmatrix} -3 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$

a) Calcula el $\det(A)$ y el $\det(B)$, aplicando reducción por filas y Regla de Chío respectivamente.

b) Encuentra las matrices $A + B$ y $A \cdot B$, calcula sus determinantes y elabora conclusiones respecto de los determinantes $\det(A + B)$ y del $\det(A \cdot B)$ en relación a los determinantes $\det(A)$ y $\det(B)$.

MATRICES Y DETERMINANTES

8) Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

a) Calcula el determinante de A.

b) Encuentra la matriz de cofactores de A: $\mathrm{Cof}(A)$.

c) Encuentra la matriz adjunta de A: $\mathrm{Adj}(A)$.

d) Encuentra la matriz A^{-1}, inversa de A.

9) Se sabe que A es una matriz de M_{3x3} (conjunto de las matrices de orden 3) tal que $\det(A) = 5$. Aplicando propiedades, calcula los siguientes determinantes:

a) $\det\left(A^3\right) =$ **b)** $\det(2 \cdot A) =$ **c)** $\det\left(2 \cdot A^{-1}\right) =$

d) $\det(A + A + A) =$ **e)** $\det\left[(-2 \cdot A)^{-1}\right] =$ **f)** $\det\left[(2 \cdot A)^{t}\right] =$

10) Sea la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 3 & -1 & 2 & 5 \\ 4 & -3 & 0 & -1 \end{bmatrix}$. Determina la matriz complementaria M_{23} y calcula el menor a_{23} y el cofactor c_{23}.

11) Calcula el determinante de las siguientes matrices, aplicando:

a) Reducción por filas.

b) Regla de Chío.

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 0 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

<u>PARTE B</u>: Ejercitación Propuesta para el Alumno

1) Dadas las matrices $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} x & 2 \\ x+1 & 3 \end{bmatrix}$ y $C = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$

a) Calcula sus determinantes.

b) Determina las respectivas matrices traspuestas de las matrices dadas y calcula el determinante de cada una de ellas.

c) Elabora una conclusión.

2) Determina para qué valores de **x** la matriz A de orden 3 es inversible, siendo $A = \begin{bmatrix} x & 0 & -1 \\ 1 & x & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$.

MATEMÁTICA I — **FCAI - UNC**

Trabajo Práctico 4 — **Profesorado – Ingeniería Química**

Ingeniería en Alimentación

MATRICES Y DETERMINANTES

3) Calcula los siguientes determinantes y comprueba la igualdad:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 3 & 6 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 4 \end{vmatrix}$$

. Elabora una conclusión.

4) Calcula el valor de a para que se verifique la siguiente igualdad entre dos determinantes:

$$\alpha \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 3 & 6 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & -1 & 1 \\ 3 & 6 & 8 \end{vmatrix}$$

. Elabora una conclusión.

5) Sea la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \end{bmatrix}$.

a) Encuentra la matriz de cofactores de A: Cof(A) y la matriz adjunta de A: Adj(A).

b) Evalúa, a partir de determinantes, si A es inversible. En caso afirmativo, encuentra la matriz A^{-1}, inversa de A, mediante la fórmula $A^{-1} = \dfrac{1}{\det(A)} \cdot \mathrm{Adj}(A)$

6) Calcula, aplicando para cada una de las matrices, dos métodos diferentes sus determinantes:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & -3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 & -1 \\ -1 & 3 & 0 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

7) Calcula el valor de **x** en cada una de las siguientes ecuaciones:

a) $\begin{vmatrix} x & -5 & x-1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = -65$ **b)** $\begin{vmatrix} 4 & x-2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -x \end{vmatrix} = -10$

8) Contesta verdadero (V) o falso (F), según corresponda. Justifica las respuestas falsas.

a) Si det(A) = 2, entonces $\det(A^{-1}) = -½$. ( )

b) Si A es de orden 2x3, entonces A^{-1} es de orden 3x2. ( )

c) Si se multiplican dos matrices de orden 2x3, se obtiene otra matriz de orden 2x3. ( )

d) Si A es una matriz de orden 2, y det(A) = 5, entonces det(3A) = 30. ( )

e) Si es posible calcular $A \cdot B$, entonces, siempre se verifica que $\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B)$. ( )

f) Si A y B son dos matrices de orden n, tales que det(A) = 2 y det(B) = 5, entonces el $\det(A + B) = 7$. ( )

g) Siempre es posible multiplicar dos matrices que sean del mismo orden. ( )

h) Si A es una matriz de orden 3 y det(A) = 0, entonces r(A) = 2. ( )

9) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 1 \\ 0 & \lambda & 4 \\ \lambda & 0 & 9 \end{pmatrix}$, calcula para qué valores de λ resulta det(A) = 0. Indica cuál es el rango para los valores hallados de λ.