

FUNCIONES POLINÓMICAS. POLINOMIOS.

PARTE A: Ejercitación Obligatoria

1) Indica cuáles de las siguientes expresiones corresponden a polinomios. (Enciérralas o márcalas con una cruz)

a) $P(x) = \sqrt{2}x^2 - \frac{1}{3}x - 1$

d) $S(x) = 3 - x^{-1}$

b) $Q(x) = 3 + 5x^{\frac{1}{2}}$

e) $M(x) = \sqrt{x} + 2x^2 + 1$

c) $R(x) = 1 - \frac{1}{2}x + \sin \frac{\pi}{2}$

f) $N(x) = 2^x + x^2$

g) $T(x) = \frac{1}{\sqrt{3}}x^3 + \frac{1}{\sqrt{2}}x^2 + x + \sqrt{5}$

2) Escribe en forma polinómica los siguientes polinomios formales:

a) $P(x) = (0;3;-5;0;4)$

b) $Q(x) = (-1;0;\sqrt{3};0;1)$

3) Escribe cada uno de los siguientes polinomios en su expresión formal:

a) $P(x) = 3x^2 - \frac{2}{3}x + 3 - 5x^3$

b) $Q(x) = -2x^2 + 3x^4$

4) Para cada uno de los siguientes polinomios indica el grado, el coeficiente principal y el término independiente:

a) $A(x) = 2 - \frac{3}{4}x^4 - 5x^2 + \frac{1}{4}x^3$

b) $B(x) = (3 - i)x^2 + ix^3 + 5 - i$

5) Sea la función polinómica $f(x) = -x^2 + x$. Calcula:

a) $f(2) =$

b) $f(-2) =$

c) $f(3i) =$

6) Sea la función polinómica $f(x) = x^3 - 1$ y sea $w = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Calcula:

a) $f(w) =$

b) $f(w^2) =$

7) Efectúa $(P - Q - S)_{(x)}$ siendo:

$P(x) = x^2 + (1 + i)x^3 - 3ix$,

$Q(x) = 8 + i - 5x^2 + 3ix^3$

y

$S(x) = 10 - 8x^2 - 5ix$

8) Resuelve las siguientes operaciones entre polinomios:

a) $(x + 2) \cdot (x + 3) \cdot (x + 4) =$

b) $(x + 2i) \cdot (x - 3i) \cdot (x + 4i) =$

c) $(x - 2i)^2 =$

d) $(ix + 3)^3 =$

9) Se sabe que al dividir $(3x^2 - mx - 1)$ por $(x - 1)$ se obtiene resto 5. Calcula el valor de **m**.

10) Calcula el valor de **a**, sabiendo que al dividir $(7x + a + x^3 + 7x^2)$ por $(x + 3)$, resulta un cociente exacto.

FUNCIONES POLINÓMICAS. POLINOMIOS.

11) Se sabe que $x_1 = 3$ es cero o raíz de $P(x) = x^3 + kx^2 - 14x + 24$.

- Calcula el valor de k .
- Para el valor de k obtenido, encuentra las otras dos raíces x_2 y x_3 .
- Expresa el polinomio $P(x)$ factorizado.

12) Analiza en cada uno de los siguientes casos, si los números dados son raíces del polinomio correspondiente:

- -1 y $5i$ para $P(x) = x^3 - x^2 + 25x - 25$
- $\sqrt{2}$ e i para $P(x) = x^4 + x^3 - x^2 - 2x - 2$
- $-2 + \sqrt{2}i$ y $2 + \sqrt{2}i$ para $P(x) = x^2 - 4x + 6$

13) Para cada uno de los siguientes polinomios reales:

- Efectúa su descomposición factorial en C .
- Indica cuáles son sus n raíces.
- Si existen raíces múltiples, indica el orden de multiplicidad de las mismas.

13.1) $P(x) = 2x^2 + 1$

13.2) $P(x) = x^3 + 27$

13.3) $P(x) = 3x^3 + 6x^2 - 12x - 24$

13.4) $P(x) = x^4 - 13x^2 + 36$

13.5) $P(x) = x^4 - 2x^2 - 3$

13.6) $P(x) = x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 4$

13.7) $P(x) = x^6 - x^5 + x^4 - x^3$

13.8) $P(x) = x^3 - x^2 + 4x - 4$

13.9) $P(x) = 2x^3 - 12x^2 + 24x - 16$

13.10) $P(x) = 3x^3 - \frac{9}{4}x - \frac{3}{4}$

13.11) $P(x) = x^5 - x^4 - x^3 - x^2 - 2x$

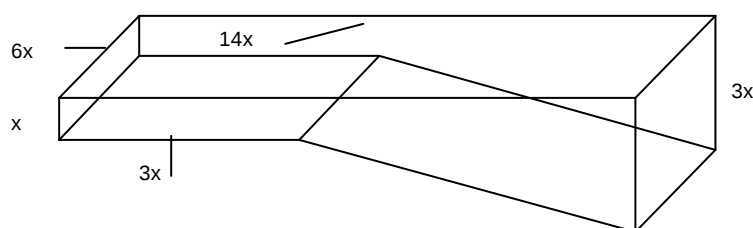
13.12) $P(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 2x - 1$

14) Sea $P(x)$ un polinomio real tal que $\text{gr}(P) = n$. Sabemos que $P(x)$ admite n raíces en C . Sin tener en cuenta el orden de multiplicidad, indica de qué tipo pueden ser tales raíces si:

- $n = 1$
- $n = 2$
- $n = 3$
- $n = 4$
- $n = 5$
- $n = 6$

15) Resuelve los siguientes problemas:

15.1) Encuentra la fórmula de una función polinómica que describa el volumen de una pileta de natación como la que aparece en la figura.



FUNCIONES POLINÓMICAS. POLINOMIOS.

15.2) Disponemos de dos tipos de leche: entera y descremada. El valor energético de la leche entera es de 650 calorías por litro, y el de la leche descremada es de 340 calorías por litro. ¿Qué cantidad de cada tipo de leche hay que emplear para obtener un litro de leche semidescremada con un contenido energético de 420 calorías por litro?

15.3) Una persona compró un cierto número de materiales necesarios en una fábrica por \$600. Por esa misma suma podría haber comprado 5 unidades más si cada una hubiera costado \$20 menos. ¿Cuántas unidades compró?

15.4) Un envasador de dulce de membrillo quiere construir una caja sin tapa, partiendo de una lámina rectangular de 10 cm por 8 cm, recortando un cuadrado en cada esquina y doblando. Si el volumen de la caja debe ser 48 cm³, ¿cuál debe ser el lado de los cuadrados de las esquinas?

PARTE B: Ejercitación Propuesta para el Alumno

1) Indica cuáles de las siguientes expresiones corresponden a polinomios. (Enciérralas o márcalas con una cruz)

a) $P(x) = 2x + 3x^2 - \frac{1}{3}$

b) $R(x) = 2x + 3x^2 - \frac{1}{x}$

c) $Q(x) = 3x - 2 \cdot (x + 4)^2$

d) $S(x) = (3x - 4) \cdot x^{(-2/3)} + 4$

2) Escribe en forma polinómica los siguientes polinomios formales:

b) $P(x) = \left(8; 0; \frac{2}{3}; 0; -\sqrt{3}; -1\right)$

b) $Q(x) = \left(0; 0; 0; 4; -3; 0; -\frac{1}{2}\right)$

3) Escribe cada uno de los siguientes polinomios en su expresión formal:

a) $P(x) = \frac{3}{2}x^3 - 2x + 5$

b) $Q(x) = \sqrt{5}x + 4x^2 - \frac{3}{4}$

4) Para cada uno de los siguientes polinomios indica el grado, el coeficiente principal y el término independiente:

a) $A(x) = 5$

b) $C(x) = -2x^2 + 5x - 0x^3$

5) Sea la función polinómica $f(x) = \frac{3}{2}x^3 - 4x + 5$. Calcula:

a) $f(1) =$

b) $f(-1) =$

c) $f(2i) =$

6) Sea la función polinómica $f(x) = x^2 - 1$ y sea $w = \frac{1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3}i$. Calcula: **a)** $f(w) =$ **b)** $f(w^2) =$

7) Resuelve la operación $(P + Q - S)_{(x)}$ con los polinomios dados a continuación:

$P(x) = x^3 + (2 + 3i)x^2 - 4ix$ $Q(x) = 7 - i + 4x^2 + 8ix^3$ $S(x) = 20 - 16x^2 - 10ix$

8) Con los polinomios $P(x) = 4x^2 - x + 2$, $Q(x) = x^3 + x - 1$ y $R(x) = 2x - 1$ efectúa las siguientes operaciones:

a) $Q(x) \cdot R(x) =$

b) $P(x) \div R(x) =$

FUNCIONES POLINÓMICAS. POLINOMIOS.

9) Determina el valor de **k**, sabiendo que el resto que se obtiene en la división $P(x) \div Q(x)$ es 30, siendo: $P(x) = 3x^3 - kx^2 - 2$ y $Q(x) = x + 2$.

10) Sabiendo que $x_1 = 2$ y $x_2 = -2$ son raíces de $P(x) = x^5 - 3x^4 - x^3 + 11x^2 - 12x + 4$, calcula las demás raíces de $P(x)$ y factorízalo.

11) Para cada uno de los siguientes polinomios reales:

a) Efectúa su descomposición factorial en $\mathbb{C}$.

b) Indica cuáles son sus **n** raíces.

c) Si existen raíces múltiples, indica el orden de multiplicidad de las mismas.

11.1) $P(x) = 2x^2 - 1$

11.2) $P(x) = 3x^2 + 6x + 6$

11.3) $P(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$

11.4) $P(x) = x^4 - 32x^2 + 256$

11.5) $P(x) = 6x^3 - 24x^2 + 24x$

11.6) $P(x) = 3x^3 - 6x^2 + 12x - 24$

11.7) $P(x) = 8x^3 + 10x^2 - 11x + 2$

11.8) $P(x) = \frac{3}{4}x^3 - \frac{9}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{15}{4}$

12) Resuelve los siguientes problemas:

12.1) Halla $x > 0$, tal que el producto de $(x + 3)$ por $(x - 3)$ sea igual a 12 veces su diferencia.

12.2) Dos personas parten al mismo tiempo del mismo punto, para llegar a 126 km del punto de partida. Una de ellas viaja a 1 km/h más que la otra y llega a destino 3 horas antes. Calcula cuáles son sus velocidades y cuánto tarda cada una en llegar a destino.

12.3) Con un pedazo cuadrado de cartón de 12 cm de lado se pretende construir una caja sin tapa. En cada esquina se cortará un cuadrado de lado x y los lados se doblarán hacia arriba.

a) Expresa el volumen de la caja como un polinomio.

b) Indica qué valores puede tomar x para que la expresión del volumen tenga sentido en la realidad.

c) Si el volumen de la caja debe ser de 108 cm^3 , ¿cuál debe ser la longitud de los lados de los cuadrados cortados en las esquinas?