

CONJUNTOS NUMÉRICOS: REALES (IR) Y COMPLEJOS (C)

PRIMERA PARTE: NÚMEROS REALES

PARTE A: Ejercitación Obligatoria

1) Contesta verdadero (V) o falso (F), según corresponda. Justifica las falsas.

- a) Todo número real tiene inverso multiplicativo. ()
- b) El opuesto de $-\frac{2}{5}$ es $\frac{5}{2}$. ()
- c) A todo punto de la recta le corresponde un número racional. ()
- d) $(\forall x \in \mathbb{R}): \frac{x+2}{2} = \frac{1}{2}x + 1$ ()
- e) $(\forall a, b, c \in \mathbb{R}): a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot (a \cdot c)$ ()
- f) $(\forall x \in \mathbb{R}): 3 \cdot \frac{x}{4} = \frac{3}{4}x$ ()
- g) Entre 3 y 13 existen 10 números enteros. ()
- h) La fórmula $b - (a + 1)$ permite calcular cuántos números enteros existen entre dos enteros a y b, siendo $a < b$ ()
- i) $\frac{3}{5}$ es el único número racional que existe entre $\frac{2}{5}$ y $\frac{4}{5}$. ()

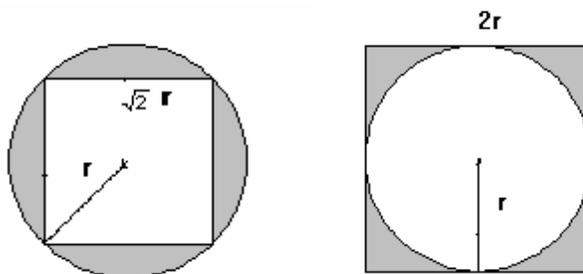
2) Encuentra 3 números racionales, distribuidos a igual distancia, comprendidos entre:

- a) 0,8 y 1
- b) $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{2}$

3) Sabiendo que $F = 1,8 \cdot C + 32$ representa la temperatura en grados Fahrenheit en función de los grados centígrados (C), expresa la temperatura en grados centígrados en función de los grados Fahrenheit. Luego completa:

- a) 77° F equivalen a°C.
- b) 20° C bajo cero equivalen a ° F.

4) Halla una expresión algebraica para el área sombreada en cada figura. El círculo y el cuadrado en cada caso tienen el mismo centro.



CONJUNTOS NUMÉRICOS: REALES (IR) Y COMPLEJOS (C)

5) Resuelve y verifica las siguientes ecuaciones en IR:

a) $\frac{1}{x} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$

b) $\frac{5}{x-4} = \frac{6}{x-3}$

c) $\frac{7x+3}{2} - \frac{9x-8}{4} = 6$

d) $\frac{8}{x-2} - \frac{13}{2} = \frac{3}{2x-4}$

e) $(x+8)^2 = 81$

f) $(x^2 + 16x)^2 = 289$

g) $\sqrt{\frac{x}{2} + 1} = \frac{2}{3}$

h) $2 \cdot (x+1) = \frac{6x+9}{3}$

6) Resuelve los siguientes problemas:

- a) Existen varias reglas para determinar las dosis de las medicinas para niños una vez especificadas las de los adultos. Tales reglas pueden basarse en el peso, la altura, etc. Si A = edad del niño, d = dosis para adulto y c = dosis para niño, a continuación se presentan dos reglas:

Regla de Young: $c = \frac{A}{A+12} \cdot d$

Regla de Cowling: $c = \frac{A+1}{24} \cdot d$

Calcula a qué edad las dosis para niños son las mismas usando estas reglas. Redondea al año más cercano.

- b) Un objeto está a 120 cm de una pared. Para enfocar la imagen del objeto sobre la pared, se utiliza una lente convergente con longitud focal de 24 cm colocada entre el objeto y la pared, a una distancia de **p** centímetros del objeto, donde $\frac{1}{p} + \frac{1}{120-p} = \frac{1}{24}$. Determina el valor de **p**, aproximando a los décimos.
- c) Un distribuidor de envases para arvejas debe vender más de 300 envases por día para obtener ganancias. Ayer vendió el 25% de los envases que tenía por la mañana y los dos tercios del resto por la tarde. Si le quedaron al final del día 90 envases sin vender, ¿cuántos envases tenía al comenzar el día? ¿Obtuvo ganancias con la venta de ayer?
- d) Para preparar Matemática I, Cecilia compró los tomos I y II de una colección de libros. El tomo I sale un 30% más barato que el tomo II. Por los dos libros pagó \$27,20. ¿Cuánto le costó cada uno?
- e) Para envasar dulce de membrillo se usa una caja de base rectangular. El área y el perímetro de dicha base son respectivamente 189 cm² y 57 cm. Calcula la longitud de la diagonal.

PARTE B: Ejercitación Propuesta para el Alumno

1) Contesta verdadero (V) o falso (F), según corresponda. Justifica las falsas.

a) Todo número real tiene su opuesto o inverso aditivo. ()

b) El inverso multiplicativo de $-\frac{3}{4}$ es $\frac{4}{3}$. ()

c) El conjunto \mathbb{Q} de los números racionales es continuo. ()

d) Se verifica que $2 \div (3 + 5) = 2 \div 3 + 2 \div 5$. ()

CONJUNTOS NUMÉRICOS: REALES (IR) Y COMPLEJOS (C)

- e) Entre 25 y 3225 hay 3199 números naturales. ()
- f) $(\forall a, b \in \mathbb{R}): a - b = b - a$ ()
- g) $(\forall x \in \mathbb{R}): \sqrt{x^2} = x$ ()
- h) $(\forall a, b, c \in \mathbb{R}): \frac{a}{b+c} = \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$ ()

2) Encuentra 3 números racionales, distribuidos a igual distancia, comprendidos entre:

a) $-0,1$ y $0,1$ b) $\frac{8}{3}$ y $\frac{10}{3}$

3) Con el contenido de 10 paquetes de manteca de 10 cm x 15 cm x 20 cm, se llenan 30 recipientes cúbicos iguales. Halla la medida de la arista de uno de esos recipientes.

4) Un hombre debe cavar un pozo de 16 m de profundidad. La tierra está suelta cerca de la superficie y es más dura a medida que aumenta la profundidad. El hombre obtiene dos presupuestos para hacer el trabajo, a saber:

Presupuesto 1: \$ 1000 por metro.

Presupuesto 2: \$1 por 1 metro, \$2 por 2 m, \$ 4 por 3 m, \$8 por 4 m ... cada metro adicional duplicará el costo total.

Encuentra una expresión algebraica que permita calcular el precio para una cantidad x de metros.

Analiza cuál es el presupuesto más conveniente para el hombre.

5) Resuelve y verifica las siguientes ecuaciones en IR:

a) $\frac{x}{3} + \frac{x}{2} = 1$

d) $x^3 - 2x^2 + x = 2$

b) $\frac{3x - 1}{x + 4} = 0$

e) $\sqrt{2x^2 - 1} = x + 2$

c) $\frac{2x}{x - 3} - \frac{x + 1}{x + 2} = 1$

f) $\frac{2}{3} \cdot (x - 4) = \frac{2x - 8}{3}$

6) Resuelve los siguientes problemas:

a) Calcula el perímetro de un rectángulo cuya área es 168 cm^2 , sabiendo que la diferencia entre la base y la altura es 2.

b) Halla dos números enteros consecutivos tales que:

b.1) la suma de sus cuadrados sea 13.

b.2) su producto sea 30.

c) La altura h de un objeto que se lanza desde el piso verticalmente hacia arriba está dada por $h = 44,1 \cdot t - 4,9 \cdot t^2$, donde h está en metros y t es el tiempo transcurrido en segundos.

Calcula: **c.1)** Después de cuántos segundos el objeto golpea el piso.

c.2) En qué instante el objeto se encuentra a una altura de 88,2 metros.

CONJUNTOS NUMÉRICOS: REALES (IR) Y COMPLEJOS (C)

- d) Un químico debe preparar 350 ml de una solución compuesta por dos partes de alcohol y 3 de ácido. ¿Cuánto debe utilizar de cada uno?
- e) Una compañía de dulces fabrica una popular barra de cereales de forma rectangular con 10 cm de largo por 5 cm de ancho y 2 cm de grosor. A causa de un incremento en los costos, la compañía ha decidido reducir el volumen de la barra en un 28%. El grosor será el mismo, pero el largo y el ancho se reducirán en la misma cantidad. ¿Cuál será el ancho y el largo de la nueva barra?

TEÓRICO:

- 7) Sea **A** un conjunto cualquiera y $*$ una operación en **A**. Expresa simbólicamente las condiciones que se deben cumplir para que $(A, *)$ sea:
- a) Semigrupo.
 - b) Grupo.
 - c) Grupo Abeliano.
- 8) Sean $*$ y O dos operaciones en **A**. Expresa simbólicamente los axiomas que se deben cumplir para que $(A, *, O)$ sea:
- a) Anillo, anillo conmutativo y anillo con unidad.
 - b) Cuerpo y campo.
-