SOLUCIONES – COMBINATORIA

PARTE A: Ejercitación Obligatoria

1) Si pueden repetirse números y letras pueden formarse 17 576 000 patentes alfanuméricas. Si no pueden repetirse ni los números ni las letras, 11 232 000.

2) Pueden alinearse de 241 920 maneras.

3) Se pueden alinear de 2 903 040 maneras.

4) Se pueden formar 12 292 comisiones.

5) Se pueden formar 32 781 grupos diferentes de 5 miembros que tengan por lo menos un químico.

6) Dados 8 puntos del plano, tales que tres cualesquiera de ellos no estén alineados:

- **a)** Se pueden determinar 28 segmentos no nulos.
- **b)** Se pueden determinar 56 vectores no nulos.
- **c)** Se pueden determinar 219 polígonos.

7) Pueden ordenarse de 21 772 800 maneras diferentes.

8) En un curso de 8 varones y 10 mujeres se desean formar comisiones de 5 alumnos.

- **a)** Se pueden formar 8 568 comisiones.
- **b)** De dichas comisiones, son solamente de varones 56.
- **c)** De dichas comisiones, son solamente de mujeres 252.
- **d)** De dichas comisiones son mixtas 8 260.
- **e)** De dichas comisiones tienen exactamente 2 varones y 3 mujeres 3 360.

9) Pueden alinearse de 28 800 maneras diferentes.

10) Para formar un compuesto se dispone de 6 sustancias del tipo A y de 8 del tipo B. El compuesto requiere 3 del primer tipo y 4 del segundo. La experiencia puede realizarse:

- **a)** Sin restricciones: de 1400 maneras diferentes
- **b)** Una sustancia determinada del tipo A debe ser incluida: de 700 maneras diferentes.
- **c)** Dos sustancias determinadas del tipo B no pueden incluirse: de 300 maneras diferentes.

11) $\left(-2x^2+\frac{1}{x}\right)^6 = 64x^{12} - 192x^9 + 240x^6 - 160x^3 + 60 - \frac{12}{x^3} + \frac{1}{x^6}$

12) El término de 5° grado del desarrollo de $\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^{10}$ es $T_6 = -252x^5$

13) Si en el desarrollo de $\left(-2x+\frac{3}{2}\right)^7$ se verifica que $T_3 + T_6 = 0$ entonces $\begin{cases} x_1 = x_2 = 0 \\ x_3 = \frac{3}{4} \\ x_4 ; x_5 \notin IR \end{cases}$

14) Los términos de grado natural del desarrollo de $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^{15}$ son T_1, T_2, T_3, T_4, T_5 .

15) En el desarrollo de $\left(-2x+x^2\right)^{10}$, se verifica que $T_5 + T_7 = 3360x^{14}\left(4+x^2\right)$

16) Si el término central del desarrollo de $\left(x+\frac{1}{2}\right)^8$ vale 4, entonces $\begin{cases} x_1 = +\sqrt[4]{\frac{32}{35}} ; x_2 = -\sqrt[4]{\frac{32}{35}} \\ x_3 ; x_4 \notin IR \end{cases}$

17) $C_{n,3} = 286$.

18) El valor de n que satisface la igualdad es 2, pero dicho valor no satisface la definición de variaciones sin repetición. Es decir, 2<4 y 3<5. Por lo tanto dicho valor carece de sentido y debe ser descartado. El problema no tiene solución.

SOLUCIONES – COMBINATORIA

PARTE B: Ejercitación Propuesta para el Alumno

1) Los seis pueden sentarse de 720 maneras diferentes.

2) Se pueden extraer 31 sumas distintas de dinero.

3) Con cifras distintas pueden formarse 100 números. Si las cifras pueden repetirse, 180 números.

4) Hay 192 colecciones de 3 cartas que tienen exactamente dos ases.

5) La evaluación puede responderse de 1 048 576 formas diferentes.

6) Se pueden ordenar de 103 680 maneras diferentes.

7) Pueden extraerse 330 muestras de tamaño 7. De tales muestras, 150 tienen 3 bolillas blancas.

8) Si el término central de $\left(x+\frac{1}{2}\right)^8$ vale $\binom{8}{4}$, entonces $x_1 = 2; x_2 = -2; x_3 = 2i; x_4 = -2i$.

9) El término de grado 32 del desarrollo de $\left(2a^4 + 3a^3\right)^{10}$ es $T_9 = 1\,180\,980\ a^{32}$.

10) $\left(\frac{a}{4}+\frac{2}{3b}\right)^6 = \frac{a^6}{4096} + \frac{a^5}{256 \cdot b} + \frac{5 \cdot a^4}{192 \cdot b^2} + \frac{5 \cdot a^3}{54 \cdot b^3} + \frac{5 \cdot a^2}{27 \cdot b^4} + \frac{16 \cdot a}{81 \cdot b^5} + \frac{64}{729 \cdot b^6}$

11) El coeficiente de $a^5 \cdot b^{-4}$ en el desarrollo de $\left(\frac{4}{5}a - \frac{5}{2b}\right)^9$ es $\frac{8064}{5}$.

12) Los términos centrales en el desarrollo de $\left(3a - \frac{a^3}{6}\right)^9$ son $T_5 = \frac{189}{8}a^{17}$ y $T_6 = -\frac{21}{16}a^{19}$.

13) El valor de **n** en cada uno de los siguientes casos es:

a) n = 20

b) n = 8

Nota aclaratoria: La primera parte del ejercicio 1 de la ejercitación obligatoria (patentes alfanuméricas donde pueden repetirse números y letras), la segunda parte del ejercicio 3 de la ejercitación propuesta (números de 3 cifras no necesariamente distintas) y el ejercicio 5 de la ejercitación propuesta (evaluación de opción múltiple) se resuelven utilizando variaciones con repetición. El tratamiento del análisis combinatorio con repetición no forma parte del programa vigente de Matemática I. Tales ejercicios fueron erróneamente incluidos. Disculpen las molestias ocasionadas.