

## TRABAJO POR PROYECTOS EN ANÁLISIS MATEMÁTICO II

Carina Pacini<sup>1</sup>, Humberto Riccomi<sup>1</sup>, María Elena Schivo<sup>1</sup>, Lucía Sacco<sup>1</sup>

<sup>(1)</sup> *U.T.N. Facultad Regional San Nicolás*

*[cpacini@frsn.utn.edu.ar](mailto:cpacini@frsn.utn.edu.ar), [h3riccomi@arnet.com.ar](mailto:h3riccomi@arnet.com.ar), [meschivo@arnet.com.ar](mailto:meschivo@arnet.com.ar), [lpineda@intercom.com.ar](mailto:lpineda@intercom.com.ar)*

### 1. Resumen

La búsqueda de una pedagogía específica, que permita el desarrollo de estrategias variadas favoreciendo la construcción del conocimiento en los alumnos, se ha convertido desde hace tiempo en una necesidad de las instituciones educativas, y la Universidad no permanece ajena a ella.

Las funciones más habituales de los ingenieros son el diseño y desarrollo de proyectos de solución de problemas, la producción, la evaluación y el control, la construcción y la operación. Cada una de estas funciones requiere de procesos de precisión, investigación, establecimiento de criterios, consideración de alternativas, análisis y resolución de problemas, comunicación, toma de decisiones y otras. Una cualidad del buen ingeniero es la destreza para resolver problemas.

Durante el año 2008, en la asignatura Análisis Matemático II de las carreras de Ingeniería, que se dictan en la Facultad Regional San Nicolás dependiente de la Universidad Tecnológica Nacional, se ha iniciado la primera etapa de una investigación, la misma incluye el estudio y diseño de una propuesta de enseñanza basada en una estrategia metodológica en particular, el trabajo por proyectos.

El motivo fundamental que ha generado esta investigación es la insuficiencia que se vislumbra, a través del discurso y el proceder del alumnado, por un lado en el trabajo en equipo, y por otro lado en su desenvolvimiento autónomo para la resolución de problemas.

Para que los alumnos desarrollen estas habilidades, es preciso brindarles oportunidades para conocer aplicaciones concretas de la matemática en problemas reales, introducirlos en la resolución de problemas que provienen de la producción de la Ciencia y la Tecnología, aplicando modernas herramientas computacionales e integrando horizontal y verticalmente los contenidos de asignaturas como Álgebra y Geometría Analítica, Física, Análisis Matemático I y II.

Se comenzó entonces, una vez determinadas las dimensiones sobre las cuales centrar la investigación, por la búsqueda de antecedentes, preparación de problemas de aplicación propios de cada carrera, elaboración de líneas de acción a llevar a cabo y formulación de indicadores de medición que nos permitan evaluar los resultados.

Este trabajo presenta algunos de los resultados de esta investigación, obtenidos hasta el momento, que servirán de parámetros para llevar a cabo la segunda etapa de la misma, que consiste en la implementación de la propuesta durante el año lectivo 2009.

**Palabras claves:** ENSEÑANZA DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS – TRABAJO POR PROYECTOS.

## 2. Marco teórico:

La proposición y resolución de problemas constituye una línea de investigación y de desarrollo didáctico cuyas implicancias en el aprendizaje de cualquier ciencia, y en especial en la Ingeniería, son relevantes.

Cuando enseñamos, dentro del contexto de la Matemática, consideramos problema a todas aquellas situaciones a las que el educando se enfrenta a una situación que plantea dificultades para las que no se poseen soluciones conocidas, que demanda tanto del conocimiento apropiado como de algún tipo de razonamiento.

Uno de los posibles obstáculos que los alumnos encuentran en la resolución de problemas, suele estar en la dificultad de hacer explícitos cuál es el objeto de estudio y cómo éste puede ser modelado. En la medida en que cada uno de los estudiantes, desarrollen todos los procesos cognitivos necesarios para la resolución de problemas, estarán en condiciones de reflexionar sobre cada situación que se les plantee y ser capaz de efectuar procesos metacognitivos, procesos como la discusión de la situación planteada, análisis del contexto, emisión de conjeturas, elaboración y explicitación de estrategias a utilizar, propuestas de resolución, análisis de los resultados propuestos, y enunciación de nuevas perspectivas.

Enseñar a resolver un problema es dotar al alumno de destrezas y estrategias, crear en ellos el hábito y actitud de enfrentarse al mundo que los rodea con desafío y generar la actitud de búsqueda de respuestas. Para ello es importante la necesidad de enseñar a plantear situaciones nuevas en las que el alumno aprenda hacer preguntas no solo al profesor, sino además, a la bibliografía de consulta, al compañero, al contexto.

Pensamos que una de las formas más completas para promover en los alumnos la capacidad de resolver problemas es el trabajo por proyectos. Esta es una metodología de fundamental importancia porque el alumno aprende haciendo, se involucra y se compromete. Cuando hablamos de proyecto nos referimos a la sistematización de actividades y recursos que deben realizarse a fin de producir ya sea bienes o servicios que son capaces de satisfacer necesidades o bien de resolver problemas (UTN, 1997).

El trabajar con proyectos puede cambiar las relaciones entre los docentes y los estudiantes. Puede también reducir la competencia entre los alumnos y permitir a los estudiantes colaborar entre ellos. Además, los proyectos pueden cambiar el enfoque del aprendizaje ya que los puede llevar de la simple memorización de hechos a la exploración de ideas.

Existen algunas características que facilitan el manejo del método de proyectos (Blumenfeld y otros, 1991):

1. Un planteamiento que se basa en un problema real y que involucra distintas áreas.
2. Oportunidades para que los estudiantes realicen investigaciones que les permitan aprender nuevos conceptos, aplicar la información y representar su conocimiento de diversas formas.
3. Colaboración entre los estudiantes, docentes y otras personas involucradas con el fin de que el conocimiento sea compartido y distribuido entre los miembros de la “comunidad de aprendizaje”.

4. El uso de herramientas cognitivas y ambientes de aprendizaje que motiven al estudiante a representar sus ideas. Estas herramientas pueden ser: laboratorios computacionales, hipermedios, aplicaciones gráficas y telecomunicaciones.

Es importante destacar que los pasos de este método coinciden con las etapas del trabajo profesional del ingeniero, planteo del problema, justificación del proyecto que se llevará a cabo y conceptos esenciales que lo sustentan, formulación de hipótesis de trabajo, experimentación, desarrollo de partes y condiciones para la ejecución.

### **3. Objetivos:**

Con el propósito de aportar información que permita el diseño y posterior implementación de esta metodología de trabajo, no propia de este tipo de asignatura, se plantearon los siguientes objetivos:

- 1) Estudio teórico del Método de Proyectos, analizando las actividades y recursos que el mismo implica, estableciendo analogías con el trabajo profesional del ingeniero.
- 2) Búsqueda y formulación de problemas que se adecuen a esta metodología de trabajo, incluyendo diversidad de herramientas y tecnologías.
- 3) Análisis de las competencias que pretendemos que los alumnos desarrollen:  
Desde el punto de vista de la ingeniería:
  - adquirir la habilidad para analizar una situación problemática real, modelizarla y hallar posibles soluciones,
  - estimular el hábito de utilización de todas las fuentes de información y el análisis comparativo de sus contenidos, a fin de forjar en él un espíritu crítico, una manera de pensar independiente y desarrollar su capacidad de análisis e impulsar su creatividad.
  - generar la capacidad de actuar en forma interdisciplinaria, para la ejecución de tareas, imprescindible en la actividad profesional de hoy.Desde el punto de vista de la comunicación oral: el uso adecuado del léxico profesional.  
Desde el punto de vista de la comunicación escrita: adquirir la competencia de elaborar un informe adecuado a las necesidades de la oportunidad.
- 4) Formulación de indicadores, consistentes con el marco teórico de la estrategia, que permitan decidir si la táctica es coherente o no con los problemas a resolver, considerando el marco teórico abordado.

### **4. Metodología:**

El diseño metodológico se realizó teniendo en cuenta algunas preguntas formuladas al inicio de esta investigación:

- ¿Cómo diseñar una propuesta de trabajo por proyectos en AMII que implique una incidencia positiva en el desenvolvimiento del alumno y promueva el desarrollo de competencias específicas y transversales?
- ¿Qué tipo de problemáticas nos permiten formular problemas que se ajusten a los contenidos de la asignatura?
- ¿Qué material didáctico es necesario diseñar para su desarrollo?

- ¿Cuáles son los conocimientos necesarios, que es preciso tener en cuenta, para la utilización de recursos tecnológicos y cuáles son las propuestas de enseñanza a implementar para que los alumnos puedan utilizarlos, sin que ello ocasione una carga cognitiva?

Considerando que este trabajo presenta la primera etapa de una investigación realizada en torno al trabajo por proyectos en Análisis Matemático II, la misma asumió las siguientes características:

- Cualitativa, puesto que el objeto de estudio, el método de proyectos, ha sido tenido en cuenta desde el punto de vista de su diseño.
- Exploratoria, en tanto se pretendió recoger y analizar información que pudiera servir para diseñar y orientar la propuesta de implementación a ser realizada durante el 2009 (segunda etapa de esta investigación).
- Descriptiva, pues se generaron informes narrativos y material didáctico a partir de la investigación de campo realizada (hemos considerado como contexto particular las prácticas docentes de las Materias Integradoras que se desarrollan en el ciclo básico de la FRSN).

Los datos analizados fueron obtenidos mediante:

- Análisis documental de material específico como documentación oficial de la UTN, publicaciones y planificaciones de docentes de materias integradoras.
- Entrevistas semiestructuradas realizadas a docentes de materias, en las cuales se implementa esta estrategia.
- Buceo bibliográfico de problemas que permitan el diseño de situaciones problemáticas a ser tratadas.
- Análisis de investigaciones realizadas sobre la problemática planteada, a fin de mejorar nuestra propuesta.

Es importante destacar que esta investigación se ha llevado a cabo en un plazo de un año aproximadamente, trabajando en forma conjunta los cuatro docentes que estamos a cargo de la cátedra de Análisis Matemático II.

Los tiempos implementados para cada una de las etapas de esta investigación se describen en la tabla 1.

Actividad	Duración
Revisión bibliográfica	2 meses
Trabajo de campo	3 meses
Análisis del material recolectado	3 meses
Formulación de la propuesta	2 meses

**TABLA 1:** *Detalle de los tiempos utilizados*

## 5. Resultados:

La presentación de los resultados se realiza teniendo en cuenta las dimensiones de análisis que nos propusimos para esta etapa. Para ello, efectuamos una breve síntesis de cada una de ellas, tratando de encontrar patrones que lleven a optimizar la propuesta para continuar la segunda etapa.

### 5.1. Estudio descriptivo del Método de Proyectos:

El análisis de la documentación antes mencionada, ha permitido obtener información y conocimiento que ha llevado a la elaboración de pautas y lineamientos de trabajo que permitan armar la propuesta a implementar en Análisis Matemático II durante el 2009.

Ello ha implicado el diseño de diversas actividades que lleven al desarrollo de competencias específicas (precisión y claridad en el lenguaje, creatividad, análisis e interpretación de problemas reales, modelización) y transversales (autonomía en el aprendizaje y habilidades cognitivas) para su futuro desempeño profesional. Entre ellas, podemos mencionar la preparación de un proyecto como modelo, que permite iniciar a los alumnos en esta forma de trabajo y explicar los elementos, las etapas y características de este tipo de trabajo.

### 5.2. Formulación de problemas para ser utilizados:

El primer obstáculo en la búsqueda de problemas, centrando nuestra atención en libros provenientes del área matemática, fue encontrarnos con que estos están describiendo el problema de ingeniería, reduciéndolo a una fórmula o a una ecuación que lo gobierna, dada en el mismo planteo, con lo cual deja de ser un problema interesante, para convertirse en una ejercitación con distintas letras a las que estamos acostumbrados a trabajar.

Por ello, el equipo de cátedra debió recurrir a la bibliografía de las especialidades y buscar problemas reales que se adecuen al conocimiento a impartir. Claro está, que para poder resolver el problema debíamos conocer (y nuestros alumnos también) los conceptos provenientes de la ingeniería para su resolución. ¿Cómo superamos ese obstáculo? Redactando adecuadamente cada enunciado, teniendo en cuenta las leyes o temas que se requieren para su resolución.

A modo de ejemplo, para mostrar la forma de trabajo por proyectos, y teniendo en cuenta que se trabajará con los alumnos antes de desarrollar los contenidos propios de la cátedra, y con la intención de utilizar conocimientos previos, se ha diseñado el siguiente problema:

*Las grúas, los robots y muchos otros mecanismos son dispositivos que operan mediante sistemas de control automático. Los diversos tipos de grúas, de pórtico, pluma, rotatorias, tienen una cierta analogía con diversos tipos de robots, ya que en ambos, grúas y robots, sus movimientos son siempre composición de giros y traslaciones. Para describir estos movimientos y poder programar sus acciones se requieren de distintos sistemas de coordenadas que dependerán de la configuración de sus juntas. Estudiar los movimientos de cada uno de los distintos tipos de grúas como composición de giros y traslaciones y obtener:*

- *Los diferentes sistemas de coordenadas para cada uno de los tipos de grúas y establecer su analogía con el tipo de robots automáticos.*
- *Las envolventes de trabajo para cada una de ellas.*
- *Las ecuaciones y características de cada trayectoria.*
- *Las animaciones de cada uno de ellos.*

Otros de los problemas básicos pensados para ser presentados a los alumnos son:

### Problema 1:

En una industria de fabricación de acero, el arrabio líquido que se produce en un Alto Horno, es transportado hasta una Acería, en donde, a través del agregado de ciertos materiales, se convierte en acero.

Para extraer el arrabio líquido del Alto Horno se realiza una perforación en la base del mismo en la denominada “píquera”. Este arrabio líquido escurre por un canal, utilizando la pendiente natural, hasta la boca de un vagón termo, el cual servirá como elemento de transporte del arrabio hacia la Acería.

Suponiendo que el vagón termo lo modelizamos a través de un cuerpo central cilíndrico (de 3 metros de largo y 2 metros de diámetro) y cerrado en cada uno de sus extremos por un tronco de cono (diámetro mayor 2 metros, diámetro menor 1 metro y altura 1 metro), nos interesa encontrar una relación que vincule la altura del arrabio, dentro del vagón termo, en función del volumen ocupado por el arrabio.

### Problema 2:

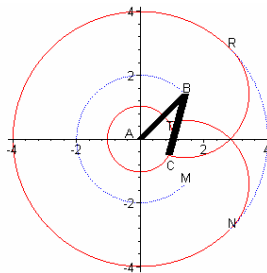
En una estación de servicios los tanques de almacenaje de nafta están enterrados. Supongamos, idealmente, que cada uno de estos tanques está formado por un cuerpo principal cilíndrico (de 10 metros de diámetro) y cerrado en cada uno de sus extremos por una semiesfera del mismo diámetro que el cuerpo principal.

Considerando que el cuerpo principal forma un ángulo de  $80^\circ$  con respecto a la horizontal:

- Encontrar el punto de tangencia entre la parte superior del tanque y la superficie del piso de la estación.
- Si se introduce una pértiga calibrada (una especie de regla) en ese punto, nos interesa encontrar la relación entre la indicación de la misma y el volumen de nafta almacenado en el tanque.

### 5.3. Incorporación de las nuevas tecnologías:

En la enseñanza tradicional siempre se ha cargado el acento en los aspectos estáticos. Las características de los problemas a diseñar que se ajusten al método de proyectos, ha llevado a considerar que los mismos deben permitir transitar desde una imagen estática del espacio a una visión dinámica. Por tal motivo, es preciso tener en cuenta que los problemas diseñados, deben cumplir con el propósito que los alumnos encuentren sentido al uso de la computadora para el desarrollo de alguna de las etapas del proyecto. Esto ha llevado al equipo de cátedra a un mayor desafío. Se ha previsto, debido a ello, dentro de las actividades introductorias del método, reforzar en los alumnos los conocimientos del uso del software Maple.



**FIGURA 1:** Envolvente de trabajo Robots articulados

A través de gráficos y animaciones realizadas con este software, se pueden mostrar los distintos movimientos que pueden realizar los diversos tipos de grúas y/o robots, ya sea en el plano (Figura 1) o en el espacio. También, las envolventes de trabajo que cada uno de dichos movimientos origina y a partir de allí plantear las ecuaciones y realizar cálculos, por ejemplo, para obtener hasta qué longitud habrá de extenderse el cilindro hidráulico de una grúa pluma y qué ángulo debe formar con la horizontal para elevar un cuerpo hasta una determinada altura.

## **6. Conclusiones:**

En una cátedra, como la de Análisis Matemático II, que presenta características tradicionales, resulta un gran desafío el diseño y la implementación de este tipo de propuesta de trabajo.

Los estudios realizados y los resultados obtenidos, en esta etapa de la investigación, reivindican la importancia de esta estrategia en el proceso educativo, por ser considerada como estrategia de enseñanza, actividad de aprendizaje e instrumento de evaluación.

Podemos señalar el valor que tiene el diseño de una propuesta de enseñanza, pensada de manera tal, que brinde al alumno una forma de trabajo autónomo, permitiéndole adquirir conocimientos específicos de la asignatura, necesarios para su formación como futuro ingeniero, apuntando a desarrollar competencias profesionales y lograr un conjunto de aptitudes que le faciliten, a cada uno de ellos, la interpretación y resolución de situaciones problemáticas de interés a la especialidad, en diversos contextos, de manera independiente y flexible.

## **7. Bibliografía:**

- Ander Egg, E. (1986) Acerca del pensar científico. Ed. Humanitas. Bs. As.
- Ander Egg, E. (1986) Cómo elaborar un proyecto. Ed. Magisterio. Buenos Aires.
- Blumenfeld, P. C., Soloway, E., Marx, R. W., Krajcik, J. S., Guzdial, M., & Palincsar, A. (1991). Motivating project-based learning: Sustaining the doing, supporting the learning. *Educational Psychologist*, 26 (3 & 4).
- Hernández, F. (1998). Repensar la función de la Escuela desde los proyectos de trabajo, Fernando Hernández. Artículo publicado en Pátio. *Revista Pedagógica*, 6, 26-31 (1998). The project Method. Lawry, J. R. *The International Encyclopedia of teaching and teacher education*. England, Pergamon Press. PBL. Autodesk Foundation Website: <http://www.autodesk.com/foundation/pbl/> Project Based Learning Handbook. Buck Institute for Education.
- Santaló, L. (1985). *Vectores y tensores con sus aplicaciones*. Editorial Universidad de Buenos Aires.
- Stewart, J. (1998). *Cálculo - Conceptos y contextos*. Thomson Editores.
- UTN Rectorado – Secretaría Académica, Mayo 1997. *Materias Integradoras. Observaciones y recomendaciones para 1997*.